

**ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА**  
**для проведения государственной (итоговой) аттестации**  
**выпускников IX классов общеобразовательных учреждений в 2010 году**  
**(в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ (АЛГЕБРЕ)**

**Демонстрационный вариант 2**

**Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы**

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включенные в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2010 году. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на экзамене 2009 года, приведен в кодификаторе, помещенном на сайте [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

## Инструкция по выполнению работы

1. Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа. Время на выполнение первой части ограничено: на нее отводится 90 минут.

2. При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком цифру, соответствующую верному ответу;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо вписать в отведенном для этого месте.
- Если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

3. Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

~~1~~) 26                      2) 20                      ③) 15                      4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ:  ~~$x = -12$~~   $x = 3$

4. Все необходимые вычисления, преобразования и пр. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить нужные линии, отмечать точки.

5. Задания второй части выполняются на отдельных листах с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

*Желаем успеха!*

## Часть 1

**1** Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км<sup>2</sup>. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1)  $5,06 \cdot 10^2$  км<sup>2</sup>                      3)  $5,06 \cdot 10^4$  км<sup>2</sup>  
2)  $5,06 \cdot 10^3$  км<sup>2</sup>                      4)  $5,06 \cdot 10^5$  км<sup>2</sup>

**2** Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько примерно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?

- 1) 0,37%                      2) 27%                      3) 37%                      4) 2,7%

**3** Числа  $x$  и  $y$  отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа  $\frac{1}{x}$ ,  $\frac{1}{y}$  и 1.



- 1)  $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, 1$                       2)  $1, \frac{1}{y}, \frac{1}{x}$                       3)  $\frac{1}{x}, 1, \frac{1}{y}$                       4)  $\frac{1}{y}, \frac{1}{x}, 1$

**4** Найдите значение выражения  $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$  при  $x = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**5** Из формулы периода обращения  $T = \frac{t}{N}$  выразите время вращения  $t$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**6** Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду  $\frac{\sqrt{15}}{10}$ ?

- 1)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{5}}$                       2)  $\sqrt{\frac{3}{20}}$                       3)  $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$                       4)  $\frac{\sqrt{3}}{10}$

**7** В какое из приведенных ниже выражений можно преобразовать произведение  $(x-4)(x-2)$ ?

- 1)  $(x-4)(2-x)$   
2)  $-(x-4)(2-x)$   
3)  $(4-x)(x-2)$   
4)  $-(4-x)(2-x)$

**8** Представьте выражение  $6m + \frac{3-7m^2}{m}$  в виде дроби.

Ответ: \_\_\_\_\_

9 Решите уравнение  $x^2 + 7x - 18 = 0$ .

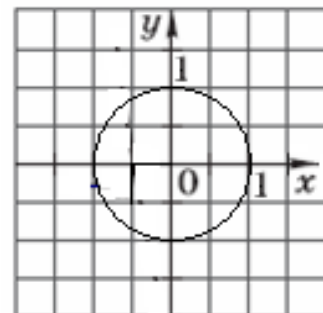
Ответ: \_\_\_\_\_

10 Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением  $x^2 + y^2 = 1$ . Используя этот рисунок, для каждой системы уравнений укажите соответствующее ей утверждение.

А)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = -x \end{cases}$  1) Система имеет одно решение

Б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = x - 2 \end{cases}$  2) Система имеет два решения

В)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = -1 \end{cases}$  3) Система не имеет решений



Ответ:

А	Б	В

11 Прочитайте задачу:

«Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг всей фотографии получилась белая окантовка одной и той же ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна  $500 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки?»

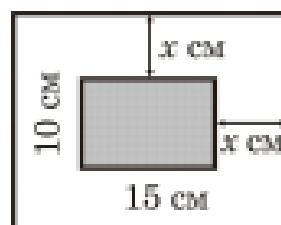
Пусть ширина окантовки равна  $x$  см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1)  $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$

2)  $(10 + x)(15 + x) = 500$

3)  $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$

4)  $(10 + 2x)(15 + x) = 500$



12 Из арифметических прогрессий, заданных формулой  $n$ -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие  $a_{25} < 0$ .

1)  $a_n = 2n$

3)  $a_n = -2n + 100$

2)  $a_n = -2n + 50$

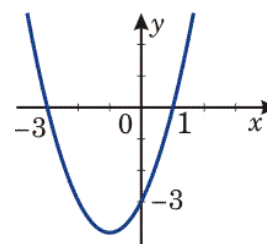
4)  $a_n = 2n - 100$

13 Решите неравенство  $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

14 На рисунке изображен график функции  $y = x^2 + 2x - 3$ . Используя график, решите неравенство  $x^2 + 2x - 3 < 0$ .

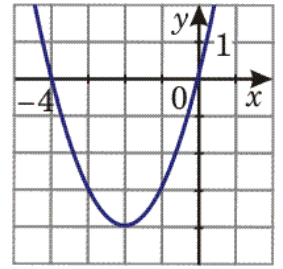
Ответ: \_\_\_\_\_



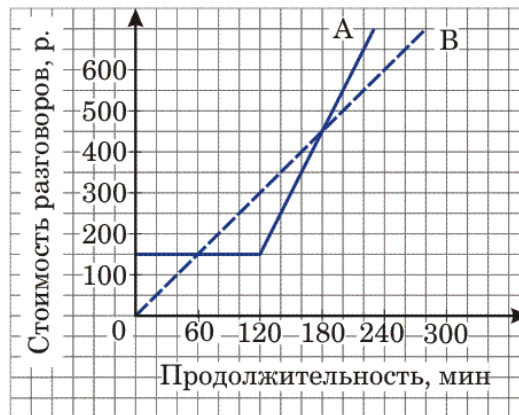
**15**

График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?

- 1)  $y = x^2 + 4$
- 2)  $y = x^2 + 4x$
- 3)  $y = -x^2 - 4x$
- 4)  $y = -x^2 - 4$

**16**

Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Ответ: \_\_\_\_\_

**17**

На 1000 электрических лампочек в среднем приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Ответ: \_\_\_\_\_

**18**

Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть 2

*При выполнении заданий 17-21 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

**19** Решите уравнение  $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$ .

**20** Решите неравенство  $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$ .

**21** В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

**22** Прямая  $2x + 3y = c$ , где  $c$  – некоторое число, касается гиперболы  $y = \frac{6}{x}$  в точке с отрицательными координатами. Найдите  $c$ .

**23** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

# Система оценивания экзаменационной работы

## Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	3
3	1
4	$-\frac{5}{12}$
5	$t = TN$
6	4
7	2
8	$\frac{3-m^2}{m}$
9	$x_1 = 2, x_2 = -9$
10	231
11	1
12	4
13	$x < -1$
14	$(-3;1)$
15	2
16	220 мин
17	0,995 (или: 99,5%)
18	На 10 см

## Решения и критерии оценивания к заданиям части 2

**19** Решите уравнение  $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$ .

//Ответ:  $-2; 2; 6$ .

//Решение. Разложим на множители левую часть уравнения. Получим:  $x^2(x-6) - 4(x-6) = 0$ ,  $(x-6)(x^2-4) = 0$ ,  $x-6=0$  или  $x^2-4=0$ . Значит, уравнение имеет корни:  $-2; 2; 6$ .

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$ , ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$ , ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**20** Решите неравенство  $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$ .

//Ответ:  $(1\frac{2}{3}; +\infty)$ . Другая возможная форма ответа:  $x > 1\frac{2}{3}$ .

//Решение. 1) Определим знак разности  $\sqrt{19} - 4,5$ . Так как  $4,5 = \sqrt{20,25}$  и  $\sqrt{20,25} > \sqrt{19}$ , то  $\sqrt{19} - 4,5 < 0$ .

2) Получаем неравенство:  $5 - 3x < 0$ . Отсюда  $x > 1\frac{2}{3}$ .

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.



3	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

### Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
1	Знак разности определен правильно, но при дальнейшем решении знак неравенства не изменен, и с учетом этого получившееся неравенство решено верно. Или: знак разности определен неправильно, и с учетом этого дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21

В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

//Ответ: 48, 60, 75.

//Решение. 1) Пусть  $(b_n)$  – данная геометрическая прогрессия. Составим систему  $\begin{cases} b_1 + b_1q = 108 \\ b_1q + b_1q^2 = 135 \end{cases}$ . Далее:  $\begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ b_1q(1+q) = 135 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ q \cdot 108 = 135 \end{cases}$ . Отсюда  $q = \frac{5}{4}$ ,

$$b_1 = 48.$$

$$2) b_2 = 48 \cdot \frac{5}{4} = 60, b_3 = 60 \cdot \frac{5}{4} = 75.$$

### Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

## Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка или описка и ответ отличается от правильного.
1	Верно найдены $q$ и первый член прогрессии, но решение не завершено. Или: ход решения верный, но допущены две вычислительные ошибки или описки.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**22** Прямая  $2x + 3y = c$ , где  $c$  – некоторое число, касается гиперболы  $y = \frac{6}{x}$  в точке с отрицательными координатами. Найдите  $c$ .

//Ответ:  $c = -12$ .

//Решение. Из уравнения  $2x + 3y = c$  выразим  $y$ :  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$ . Графики функций  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$  и  $y = \frac{6}{x}$  имеют единственную общую точку в том и только том случае, если уравнение  $-\frac{2}{3}x + \frac{c}{3} = \frac{6}{x}$  имеет один корень.

Получаем:  $2x^2 - cx + 18 = 0$ ;  $D = c^2 - 144 = 0$ ;  $c = \pm 12$ . Так как точка касания имеет отрицательные координаты, то  $c < 0$  (учащиеся могут придти к этому выводу хотя бы из геометрических соображений). Поэтому условию задачи удовлетворяет только  $c = -12$  (в этом случае получаем прямую  $y = -\frac{2}{3}x - 4$ , которая касается ветви гиперболы, расположенной в третьей четверти, т.е. в точке с отрицательными координатами).

Комментарий. Подробное обоснование, почему выбрано значение  $c < 0$ , не требуется. Возможно, наличие схематического рисунка.

## Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
2	Значение $c$ выбрано неверно.
1	Указаны значения $c = \pm 12$ .
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

23

Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

//Ответ: плот пройдет  $\frac{2}{5}$  всего пути.

//Решение. Пусть скорость течения реки (и плота)  $x$  км/ч. Тогда скорость катера против течения равна  $4x - x = 3x$  км/ч, а по течению  $4x + x = 5x$  км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению – в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл  $S$  км, то катер – в 3 раза больше, т.е.  $3S$  км. После встречи катер пройдет  $3S$  км, а плот – в 5 раз меньше, т.е.  $\frac{3S}{5}$  км. Всего плот пройдет

$$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}. \text{ Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно } \frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}.$$

*Другое возможное решение.* Пусть скорость течения реки (и плота)  $x$  км/ч. Тогда скорость катера против течения равна  $4x - x = 3x$  км/ч, а по течению  $4x + x = 5x$  км/ч. Скорость сближения катера и плота равна  $x + 3x = 4x$  км/ч. Встреча произошла через  $\frac{AB}{4x}$  ч. За это время плот проплыл  $x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$  км,

а катер –  $\frac{3AB}{4}$  км. Обратный путь катер пройдет за  $\frac{\frac{3AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$  ч. Плот за это

время проплывет расстояние, равное  $x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$  км, а всего он проплывет

$$\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2AB}{5} \text{ км.}$$

Модель 1

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
2	Найдены части пути, которые проплывет плот до и после встречи, но решение не доведено до конца и не найдена часть всего пути от А до В, пройденная плотом.
1	Найдены части пути, которые проплывет плот до и после встречи, но решение не доведено до конца и допущена одна арифметическая ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.