

«УТВЕРЖДАЮ»

Директор  
Федерального института  
педагогических измерений



А.Г. Ершов  
2010 г.

Государственная (итоговая) аттестация 2010 года (в новой форме)  
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные  
общеобразовательные программы

**Демонстрационный вариант**  
экзаменационной работы для проведения в 2010 году  
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)  
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные  
общеобразовательные программы основного общего  
образования

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Демонстрационный вариант**  
экзаменационной работы для проведения в 2010 году  
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)  
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные  
общеобразовательные программы основного общего образования

Демонстрационный вариант 2010 года

Демонстрационный вариант 2

**Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы**

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включенные в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2010 году. Полный перечень элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2010 года, приведен в кодификаторах, размещенных на сайте [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Приведенные критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Эти сведения дают выпускникам возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Демонстрационный вариант 2010 года

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей. В первой части 18 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа (240 минут). Время выполнения первой части ограничено, по истечении этого времени ответы на задания первой части работы сдаются.

При выполнении заданий первой части нужно указывать в экзаменационной работе только ответы, ход решения приводить не надо.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком **номер** выбранного ответа;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо вписать в отведенном для этого месте;
- если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

~~1) 26~~      2) 20      3) 15      4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ:  ~~$x = -12$~~   $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить дополнительные построения.

Задания второй части выполняются на отдельном листе с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Правильный ответ в зависимости от сложности каждого задания оценивается одним или несколькими баллами. Баллы, полученные вами за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

*Желаем успеха!*

Часть 1

1) Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км<sup>2</sup>. Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1)  $5,06 \cdot 10^2$  км<sup>2</sup>      3)  $5,06 \cdot 10^4$  км<sup>2</sup>  
2)  $5,06 \cdot 10^3$  км<sup>2</sup>      4)  $5,06 \cdot 10^5$  км<sup>2</sup>

2) Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько приблизительно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?

- 1) 0,37 %      2) 27 %      3) 37 %      4) 2,7 %

3) Числа  $a$  и  $b$  отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа  $\frac{1}{a}$ ,  $\frac{1}{b}$  и 1.



- 1)  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, 1$       2)  $1, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}$       3)  $\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{b}$       4)  $\frac{1}{b}, \frac{1}{a}, 1$

4) Найдите значение выражения  $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$  при  $x = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

5) Из формулы периода обращения  $T = \frac{t}{N}$  выразите время вращения  $t$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

6) Какое из приведенных ниже выражений тождественно равно произведению  $(x - 4)(x - 2)$ ?

- 1)  $(x - 4)(2 - x)$   
2)  $-(x - 4)(2 - x)$   
3)  $(4 - x)(x - 2)$   
4)  $-(4 - x)(2 - x)$

7) Представьте выражение  $6m + \frac{3 - 7m^2}{m}$  в виде дроби.

Ответ: \_\_\_\_\_

8 Какое из данных выражений **не равно** выражению  $\frac{\sqrt{20}}{3}$ ?

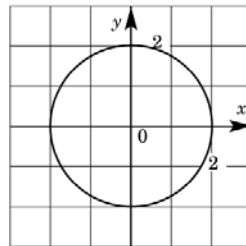
- 1)  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$       2)  $\frac{20}{3\sqrt{20}}$       3)  $\frac{10}{3\sqrt{5}}$       4)  $\sqrt{\frac{20}{3}}$

9 Решите уравнение  $x^2 + 7x - 18 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

10 Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением  $x^2 + y^2 = 4$ . Используя рисунок, установите соответствие между системами уравнений и утверждениями: к каждому элементу первого столбца подберите элемент из второго столбца.

- А)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -x \end{cases}$       1) система имеет одно решение  
 Б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x - 4 \end{cases}$       2) система имеет два решения  
 В)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = -2 \end{cases}$       3) система не имеет решений



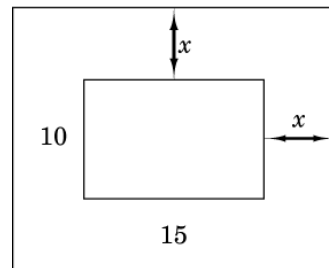
Запишите в таблицу выбранные цифры.

Ответ:

А	Б	В

11 Прочитайте задачу:  
 «Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг фотографии получилась белая окантовка одинаковой ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна  $500 \text{ см}^2$ . Какова ширина окантовки?»  
 Пусть ширина окантовки равна  $x$  см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

- 1)  $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$   
 2)  $(10 + x)(15 + x) = 500$   
 3)  $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$   
 4)  $(10 + 2x)(15 + x) = 500$



12 Решите неравенство  $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

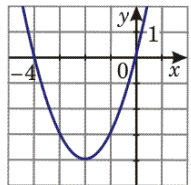
13 При каких значениях  $x$  верно неравенство  $x^2 + 2x - 3 < 0$ ?  
 Ответ: \_\_\_\_\_

14 Из арифметических прогрессий, заданных формулой  $n$ -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие  $a_{25} < 0$ .

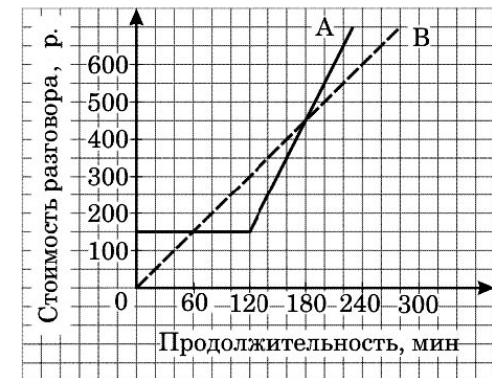
- 1)  $a_n = 2n$       3)  $a_n = -2n + 100$   
 2)  $a_n = -2n + 50$       4)  $a_n = 2n - 100$

15 График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?

- 1)  $y = x^2 + 4$   
 2)  $y = x^2 + 4x$   
 3)  $y = -x^2 - 4x$   
 4)  $y = -x^2 - 4$



16 Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Ответ: \_\_\_\_\_ мин.

17 На 1000 электрических лампочек в среднем приходится 5 бракованных. Какова вероятность купить исправную лампочку?

Ответ: \_\_\_\_\_

18 Записан рост (в сантиметрах) пяти учащихся: 158, 166, 134, 130, 132. На сколько отличается среднее арифметическое этого набора чисел от его медианы?

Ответ: \_\_\_\_\_

**Часть 2**

*При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.*

- 19** Решите уравнение  $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$ .
- 20** Решите неравенство  $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$ .
- 21** В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.
- 22** Прямая  $2x + 3y = c$ , где  $c$  – некоторое число, касается гиперболы  $y = \frac{6}{x}$  в точке с отрицательными координатами. Найдите  $c$ .
- 23** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

## Система оценивания экзаменационной работы

## Ответы к заданиям части I

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	3
3	1
4	$\frac{5}{12}$
5	$t = TN$
6	2
7	$\frac{3-m^2}{m}$
8	4
9	$x_1 = 2, x_2 = -9$
10	231
11	1
12	$x < -1$
13	$(-3; 1)$
14	4
15	2
16	220
17	0,995 (или: 99,5%)
18	На 10 см

## Решения и критерии оценивания к заданиям части 2

19 Решите уравнение  $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$ .

//Ответ: -2; 2; 6.

//Решение. Разложим на множители левую часть уравнения. Получим:  
 $x^2(x-6) - 4(x-6) = 0$ ,  $(x-6)(x^2-4) = 0$ ,  $x-6=0$  или  $x^2-4=0$ . Значит,  
уравнение имеет корни: -2; 2; 6.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$ , ответ дан с учетом этой ошибки. Или допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите неравенство  $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$ .

//Ответ:  $(1\frac{2}{3}; +\infty)$ . Другая возможная форма ответа:  $x > 1\frac{2}{3}$ .

//Решение. 1) Определим знак разности  $\sqrt{19} - 4,5$ . Так как  $4,5 = \sqrt{20,25}$  и  $\sqrt{20,25} > \sqrt{19}$ , то  $\sqrt{19} - 4,5 < 0$ .

2) Получаем неравенство  $5 - 3x < 0$ . Отсюда  $x > 1\frac{2}{3}$ .

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 21** В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

//**Ответ:** 48, 60, 75.

//**Решение.** 1) Пусть  $(b_n)$  – данная геометрическая прогрессия. Составим

$$\text{систему } \begin{cases} b_1 + b_1q = 108 \\ b_1q + b_1q^2 = 135 \end{cases} \cdot \text{Далее: } \begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ b_1q(1+q) = 135 \end{cases} \cdot \begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ q \cdot 108 = 135 \end{cases}$$

Отсюда  $q = \frac{5}{4}$ ,  $b_1 = 48$ .

$$2) b_2 = 48 \cdot \frac{5}{4} = 60, b_3 = 60 \cdot \frac{5}{4} = 75.$$

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 22** Прямая  $2x + 3y = c$ , где  $c$  – некоторое число, касается гиперболы  $y = \frac{6}{x}$  в точке с отрицательными координатами. Найдите  $c$ .

//**Ответ:**  $c = -12$ .

//**Решение.** Из уравнения  $2x + 3y = c$  выразим  $y$ :  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$ . Графики

функций  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$  и  $y = \frac{6}{x}$  имеют единственную общую точку в том и

только в том случае, когда уравнение  $-\frac{2}{3}x + \frac{c}{3} = \frac{6}{x}$  имеет один корень.

Получаем:  $2x^2 - cx + 18 = 0$ ;  $D = c^2 - 144 = 0$ ;  $c = \pm 12$ . Так как точка касания имеет отрицательные координаты, то  $c < 0$  (учащиеся могут прийти к этому выводу хотя бы из геометрических соображений). Поэтому условию задачи удовлетворяет только  $c = -12$  (в этом случае получаем прямую  $y = -\frac{2}{3}x - 4$ ,

которая касается ветви гиперболы, расположенной в третьей четверти, т.е. в точке с отрицательными координатами).

Комментарий. Подробное обоснование, почему выбрано значение  $c < 0$ , не требуется. Возможно наличие схематического рисунка.

Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

- 23** Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

//**Ответ:** плот пройдет  $\frac{2}{5}$  всего пути.

//**Решение.** Пусть скорость течения реки (и плота)  $x$  км/ч. Тогда скорость катера против течения равна  $4x - x = 3x$  км/ч, а по течению  $4x + x = 5x$  км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению – в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл  $S$  км, то катер – в 3 раза больше, т.е.  $3S$  км. После встречи катер пройдет  $3S$  км, а плот – в 5 раз меньше, т.е.  $\frac{3S}{5}$  км. Всего плот пройдет

$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}$ . Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно

$$\frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}.$$

*Другое возможное решение.* Пусть скорость течения реки (и плота)  $x$  км/ч. Тогда скорость катера против течения равна  $4x - x = 3x$  км/ч, а по течению  $4x + x = 5x$  км/ч. Скорость сближения катера и плота равна  $x + 3x = 4x$  км/ч. Встреча произошла через  $\frac{AB}{4x}$  ч. За это время плот проплыл

$x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$  км, а катер –  $\frac{3AB}{4}$  км. Обратный путь катер пройдет за

$\frac{3AB}{4} \cdot \frac{1}{5x} = \frac{3AB}{20x}$  ч. Плот за это время проплывет расстояние, равное

$x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$  км, а всего он проплывет  $\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2AB}{5}$  км.

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценивания выполнения задания</b>
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.